

Exercício 4 (capítulo 5 do livro): A produção de parafusos em certa unidade fabril é assegurada por duas máquinas (M_1 e M_2) de funcionamento independente. Da experiência passada pode concluir-se que a proporção de parafusos com defeito, em cada uma das máquinas, é de 5%. Atendendo à capacidade das máquinas, e para efeitos de controlo de qualidade, colhe-se diariamente uma amostra de quatro parafusos da máquina M_1 e uma de oito da máquina M_2 .

- (a) Calcule a probabilidade de se encontrarem dois parafusos com defeito no conjunto das duas amostras,

Seja X_1 a variável aleatória que representa o número de parafusos com defeito numa amostra de 4 parafusos produzidos pela máquina M_1 e X_2 a variável aleatória que representa o número de parafusos com defeito numa amostra de 8 parafusos produzidos pela máquina M_2 . Assim,

$$X_1 \sim B(4, 0.05) \quad \text{and} \quad X_2 \sim B(8, 0.05)$$

e X_1 é independente de X_2 . Além disso a variável aleatória $Y = X_1 + X_2$ representa o número total de parafusos com defeito numa amostra de 12 parafusos. Daqui sai que

$$Y = X_1 + X_2 \sim B(12, 0.05).$$

A probabilidade requerida é

$$P(Y = 2) = \binom{12}{2} 0.05^2 \times 0.95^{10} = 0.0988$$

- (b) Os parafusos são vendidos em embalagens de 20, garantindo o fabricante que 90% são de boa qualidade. Calcule a probabilidade de essa garantia ser violada, isto é, de haver mais que dois parafusos defeituosos numa embalagem.

Seja Z a variável aleatória que representa o número de parafusos com defeito numa amostra de 20 parafusos. Assim

$$Z \sim B(20, 0.05).$$

A probabilidade requerida é

$$P(Z > 2) = 1 - P(Z \leq 2) = 1 - 0.9245 = 0.0755.$$

A probabilidade $P(Z \leq 2)$ pode ser calculada utilizando as tabelas ou a calculadora.